



INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

PAŃSTWOWY INSTYTUT BADAWCZY

Zakład Teletransmisji i Technik Optycznych Z-14

Sprawozdanie

„Modelowanie, zastosowanie i aplikacje systemu RFID”.

Praca nr 14 30 006 6

Warszawa – Miedzeszyn

2006

Spis treści

1. Wstęp.....	4
2. Technologia RFID.....	5
2.1. Systemy identyfikacji automatycznej.....	5
2.2. Architektura.....	7
2.3. Pasma częstotliwości pracy.....	8
2.4. Zastosowania.....	8
3. Modelowanie elektromagnetyczne bezstykowej karty inteligentnej.....	9
4. Wnioski i perspektywy na przyszłość.....	10
5. Bibliografia.....	10
6. Załączniki.....	11
6.1. Załącznik A – wyznaczenie charakterystyki promieniowania anteny paskowej metodą momentów.....	11

1. Wstęp

W ostatnich latach procedury automatycznej identyfikacji zyskały szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach przemysłu, handlu, logistyki czy transportu. Procedury te stworzona w celu dostarczania informacji o ludziach, zwierzętach, dobrach i produktach podczas ich transportu.

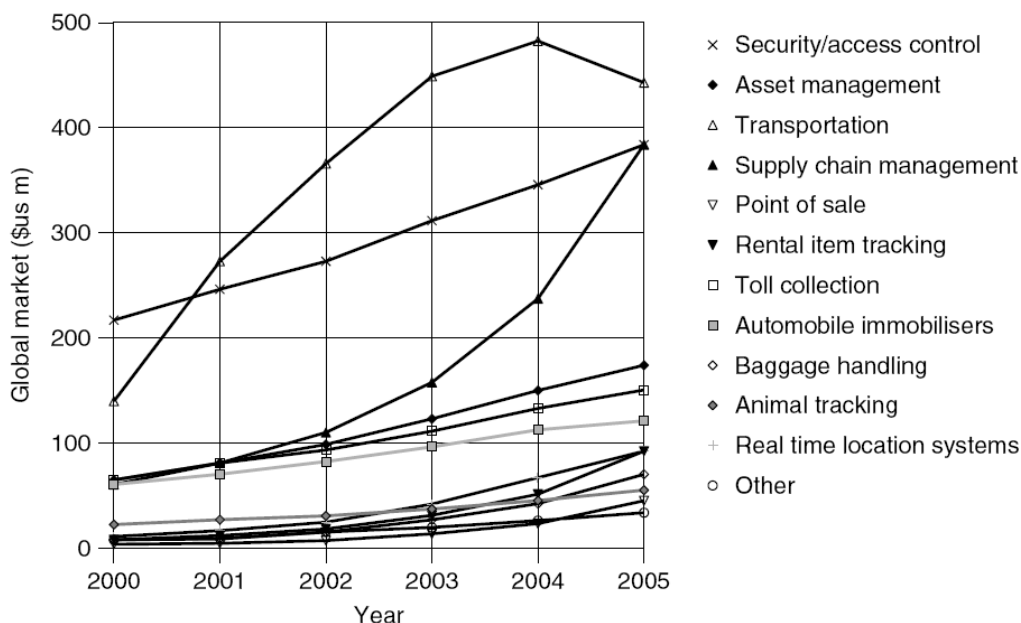
Najbardziej popularne obecnie kody kreskowe, które zapoczątkowały rewolucję w systemach identyfikacji w latach pięćdziesiątych XX wieku, coraz częściej przestają spełniać coraz to nowe, stawiane przed nimi wymagania. Mimo, że charakteryzują się bardzo niskim kosztem, ich największą niedoskonałością jest mała pojemność zapisanych danych oraz fakt, że nie mogą być zapisywane wielokrotnie.

Najbardziej optymalnym rozwiązaniem z technicznego punktu widzenia byłoby przechowywanie danych w układzie scalonym. Koszt takich urządzeń jest w dniu dzisiejszym tylko nieznacznie większy w stosunku do kodów kreskowych, ale potencjalne korzyści wynikające z ich użycia są bardzo znaczące. Aplikacje takie znajdują już zastosowanie w codziennym użytkowaniu w chipowych kartach telefonicznych czy kartach bankomatowych. Jednakże konieczność fizycznego kontaktu takiej karty z czytnikiem bardzo ogranicza jej uniwersalność i zakres zastosowań. Stąd o wiele bardziej uniwersalna wydaje się być bezprzewodowa wymiana danych między nośnikiem a czytnikiem. Idąc dalej – moc potrzebna do zasilania modułu przechowującego dane również powinna być dostarczana z czytnika na drodze nie wymagającej fizycznego styku. W tym miejscu znajduje zastosowanie technologia RFID (*Radio Frequency Identification*), która zasila nośniki danych na drodze bezprzewodowej przy wykorzystaniu fal radiowych.

Technologia RFID jest tym obszarem identyfikacji automatycznej, który w ostatnich latach nabiera coraz większego pędu i zaczął być postrzegany jako lider przyszłych rozwiązań i zastosowań w swojej dziedzinie. Może o tym chociażby świadczyć wzrost sprzedaży urządzeń RFID o wartości 900 mln USD w roku 2000 do 2650 mln USD w roku 2005 (Krebs). Rynek RFID jest najbardziej dynamicznie rozwijającym się sektorem przemysłu radiokomunikacyjnego włączając w to telefony komórkowe i bezprzewodowe (Rys. 1).

W ostatnich latach omawiana dziedzina identyfikacji rozwijała się w kierunku niezależnego wielodyscyplinarnego obszaru technologii, który ciężko już by było zakwalifikować do któregośkolwiek ze znanych wcześniej. Łączy ona w sobie różne dziedziny, takie jak: technika wysokich częstotliwości i kompatybilność elektromagnetyczna, technologia półprzewodnikowa, ochrona danych i kryptografia, telekomunikacja, produkcja masowa i wiele innych.

Celem niniejszej pracy było wprowadzenie do technologii RFID, omówienie jej głównych założeń i obszarów zastosowań oraz przedstawienie metody umożliwiającej modelowanie elektromagnetyczne jednego z typów znaczników – inteligentnych kart bezstykowych (ang. *contactless smart cards*). Opracowana metoda została opracowana w ramach kursu *Master of Research in Electromagnetics in the Analysis and Design of Communication and High-speed Systems* przy współpracy z Uniwersytetem z Nottingham w Wielkiej Brytanii.



Rys. 1 Przybliżony wzrost wartości rynku RFID w latach 2000-2005 w zależności od obszaru zastosowań (źródło: [2]).

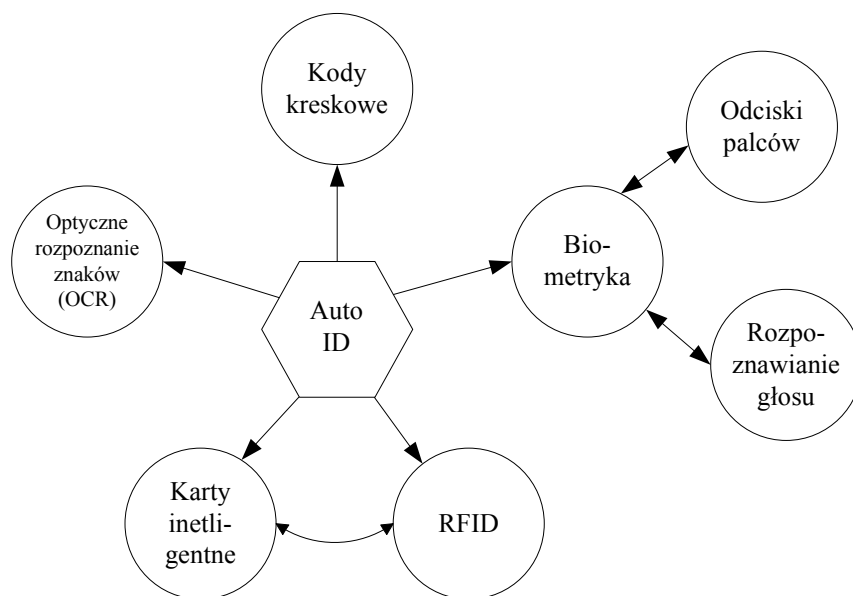
2. Technologia RFID

2.1. Systemy identyfikacji automatycznej

Jak już wspomniano wcześniej technologia RFID jest jedną z wielu metod identyfikacji automatycznej (Rys. 2). Do najczęściej spotykanych należą:

- Kody kreskowe – najbardziej rozpowszechnione. Kodują informacje binarnie za pomocą ciągu kresek i przerw zorganizowanych równolegle; kodując sekwencję alfanumeryczną. Opracowano wiele standardów; do najbardziej popularnych należą EAN, Codabar, Code 2/5, Code 39.
- Optyczne rozpoznawanie znaków (OCR) – opiera się na rozpoznawaniu wzorcowych znaków alfanumerycznych przez czytniki. Największą zaletą jest możliwość odkodowania (odczytania) przez człowieka.
- Procedury biometryczne (w tym daktyloskopia i rozpoznanie głosu) – opierają się na pomiarach indywidualnych i jednoznacznie określających osoby parametrów biometrycznych.
- Karty inteligentne – ang. *smart cards*. Najbardziej dynamicznie rozwijający się sektor. Systemy elektronicznego przechowywania danych (karty pamięci) z możliwością przetwarzania tych danych (karty mikroprocesorowe) zamknięte w formie zbliżonej do karty płatniczej. Wymagają galwanicznego kontaktu z czytnikiem w celu zasilenia układów wewnętrznych karty (ROM, RAM, EEPROM, procesor). Komunikacja odbywa się dwukierunkowo na drodze szeregowej transmisji danych.
- RFID – system zbliżony do zasady działania kart inteligentnych, jednak znacznik (ang. *tag*) nie wymaga galwanicznego kontaktu z czytnikiem (ang. *reader*). Energia i transmisja danych zapewniana jest przez pole magnetyczne lub elektromagnetyczne.

Zestawienie najbardziej popularnych systemów i ich porównanie przedstawia Tab. 1



Rys. 2 Systemy identyfikacji automatycznej (opracowano na podstawie [2])

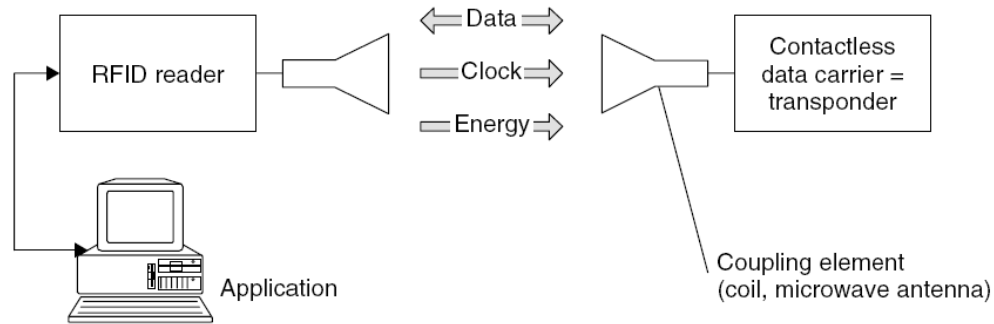
Tab. 1 Porównanie najczęściej spotykanych systemów identyfikacji z uwzględnieniem niektórych elementów ich charakterystyki.

Parametr systemu	Kod kreskowy	OCR	Rozpoznanie głosu	Biometryka	Stykowe karty inteligentne	RFID
Typowa pojemność danych (bajtów)	1-100	1-100	-	-	16-64k	16-64k
Gęstość danych	Niska	Niska	Wysoka	Wysoka	Bardzo wysoka	Bardzo wysoka
Odczyt przez urządzenia	Dobra	Dobra	Kosztowna	Kosztowna	Dobra	Dobra
Odczyt przez człowieka	Ograniczona	Prosta	Prosta	Skomplikowana	Niemożliwa	Niemożliwa
Wpływ zanieczyszczeń/brudu	Bardzo duża	Bardzo duża	-	-	Możliwa (na kontaktach)	Nie wpływa
Wpływ optycznego zasłonięcia	Kompletna zawodność	Kompletna zawodność	-	Możliwa	-	Nie wpływa
Wpływ kierunku i pozycji	Niski	Niski	-	-	Bezkierunkowy	Możliwy
Zużycie	Niskie	Niskie	-	-	Kontakty	Nie wpływa
Koszt czytników	Bardzo niski	Średni	Bardzo wysoki	Bardzo wysoki	Niski	Średni
Koszt użytkowania (np. drukarka)	Niski	Niski	Żaden	Żaden	Średni	Żaden
Nieautoryzowane kopiowanie/modyfikacja	Niewielka	Niewielka	Możliwa	Niemożliwa	Niemożliwa	Niemożliwa
Prędkość odczytu	Mała (~4 s)	Mała (~4s)	Bardzo mała (>5 s)	Bardzo mała (>5-10 s)	Mała (~4 s)	Bardzo duża (~0.5 s)
Maksymalny zasięg	0-50 cm	<1 cm	0-50 cm	Bezpośredni kontakt	Bezpośredni kontakt	0-5 m

2.2. Architektura

System RFID zasadniczo tworzą dwa komponenty (Rys. 3):

- transponder, umieszczony w/na obiekcie podlegającym identyfikacji;
- czytnik (ang. *reader*, *interogator*), który w zależności od funkcjonalności systemu może być urządzeniem do odczytu lub/i zapisu danych.



Rys. 3 Architektura systemu RFID (źródło: [2])

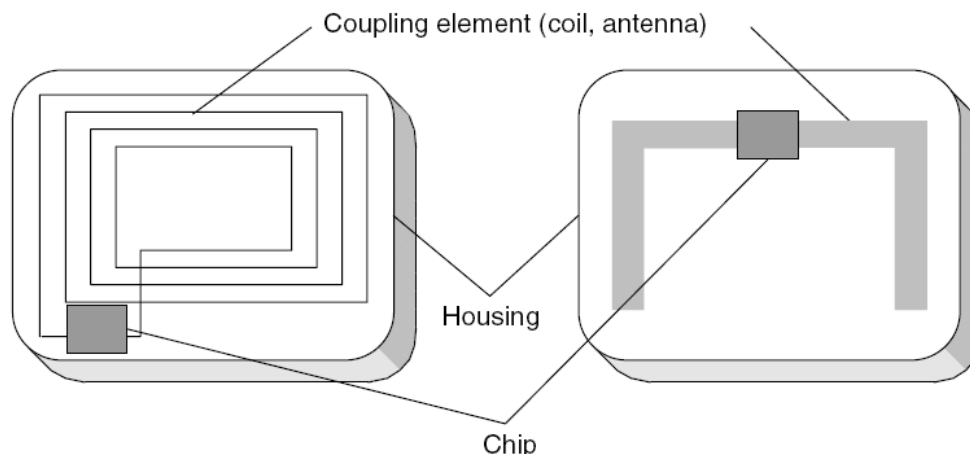
Praktyczne zastosowanie systemu przedstawia Rys. 4.

Czytnik zazwyczaj zawiera w sobie moduły transmisji i odbioru fal radiowych (ang. transmitter and receiver = transceiver), jednostkę sterującą i element sprzęgający z transponderem (np. antena). W większości przypadków czytniki są wyposażone w dodatkowe interfejsy (RS 232, RS 485, itp.), które umożliwiają sprzężenie ich z innymi systemami (np. komputer PC, system sterowania linią produkcyjną, itp.)

Transponder, będący urządzeniem przechowującym dane, typowo zawiera układ sprzęgający (np. antenę) i scalony układ elektroniczny do przechowywania tych danych.



Rys. 4 Praktyczne zastosowanie czytnika RFID i bezprzewodowa karty inteligentnej (źródło: [2])



Rys. 5 Poglądowy schemat transpondera RFID w postaci bezstykowej karty inteligentnej (źródło:[2])

2.3. Pasma częstotliwości pracy

Na dzień dzisiejszy system RFID pracuje w trzech różnych pasmach częstotliwości: niskim, średnim i wysokim. Porównanie zastosowań poszczególnych pasm przedstawia Tab. 2.

Tab. 2 Pasma częstotliwości w systemie RFID i ich zastosowania (źródło: [1])

Pasmo częstotliwości	Charakterystyka	Typowe zastosowania
Niskie 100-500 kHz	Niski lub średni zasięg Niedrogie Mała prędkość odczytu	Kontrola dostępu Identyfikacja zwierząt Inwentaryzacja Immobilizery samochodowe
Średnie 10-15 MHz	Niski lub średni zasięg Potencjalnie niski koszt Średnia prędkość odczytu	Kontrola dostępu Karty inteligentne
Wysokie 850-950 MHz 2.4-5.8 GHz	Daleki zasięg Duża prędkość odczytu Wymagana bezpośrednia widoczność Droga	Monitoring transportu drogowego Systemy opłat

2.4. Zastosowania

Jak już wspomniano wcześniej, technologia RFID może znaleźć zastosowanie potencjalnie we wszystkich aplikacjach, które wymagają przechowywania takich, czy innych danych. Oprócz rozwiązań, które zapewniają inne technologie, RFID wchodzi w obszary dla nich nieosiągalne. W chwili obecnej do najbardziej popularnych dziedzin wykorzystujących tę technologię należą:

- Transport i logistyka
- Produkcja i processing
- Bezpieczeństwo

Ponad wyżej wymienione, RFID odnotowuje wzrost znaczenia w następujących obszarach:

- Znakowanie zwierząt
- Zarządzanie odpadami

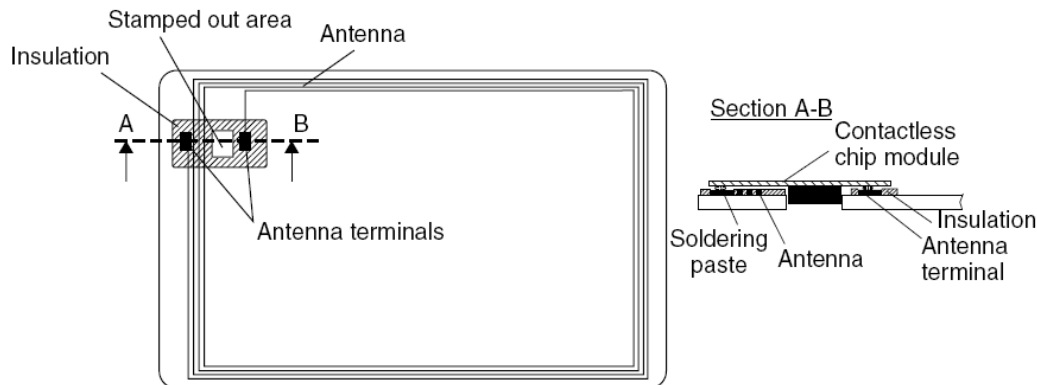
- Kontrola czasu pracy i przepływu pracowników
- Nadzór nad przesyłkami pocztowymi
- Nadzór nad bagażem lotniczym
- Nadzór i kontrola ruchu kołowego

3. Modelowanie elektromagnetyczne bezstykowej karty inteligentnej

Jednym z najbardziej kosztownych elementów procesu projektowania urządzeń elektronicznych, a w szczególności tych związanych z zagadnieniami techniki radiowej, jest określenie odpowiedniej, pożądanej a przede wszystkim zgodnej z normami charakterystyki promieniowania elektromagnetycznego. Obecnie najbardziej efektywnym sposobem osiągnięcia takiego celu jest użycie komputerów do zaawansowanych obliczeń numerycznych, które dadzą rozwiązanie w postaci charakterystyki promieniowania.

Tematem niniejszej pracy było dobranie odpowiedniej metody dla specyficznego układu promieniującego, jakim jest bezstykowa karta inteligentna. Ten rodzaj transpondera wybrano ze względu na jego największą popularność w zastosowaniach związanych z kontrolą dostępu.

Z punktu widzenia układu promieniującego, karta taka jest anteną paskową umieszczoną między warstwami dielektryka (Rys. 6).



Rys. 6 Bezstykowa karta inteligentna - schemat układu promieniującego (źródło: [2])

Jak wiadomo, charakterystykę promieniowania danego układu wyznacza się na podstawie rozkładu prądów w tym układzie, w oparciu o rozwiązania równań Maxwella [5]. Przeprowadzone studia literaturowe i konsultacje ze specjalistami z Nottingham pozwoliły wybrać rozwiązanie równań Maxwella metodą momentów. Szczegółowa analiza metody została przedstawiona w Załączniku A.

Praktyczna implementacja i weryfikacja metody stanowi temat do kontynuacji prac.

4. Wnioski i perspektywy na przyszłość

Technologia RFID stanowi perspektywiczną dziedzinę radiokomunikacji w związku z czym warto inwestować w badania nad jej rozwojem, gdyż dobre rezultaty na pewno przełożą się na zysk finansowy.

Autorzy pracy proponują ukierunkowanie badań w stronę możliwości opracowania narzędzi do numerycznego modelowania charakterystyki układów promieniujących, co może być bezpośrednio wykorzystane przez przemysł w procesie produkcji. W tym celu należy podjąć kontynuację niniejszej pracy, która zaimplementuje i zweryfikuje zaproponowaną metodę analizy układów promieniujących. Docelowo można poszerzyć badania na inne rodzaje Promienników i na tej podstawie stworzyć pełnowartościową aplikację,

5. Bibliografia

- [1] Dowla F.: *Handbook of RF & Wireless Technologies*. Elsevier, 2004.
- [2] Finkenzeller K.: *RFID handbook – fundamentals and applications in contactless smart cards and identification; 2-nd edition*. John Wiley & Sons, 2003.
- [3] Glisson A. W., Wilton R. W.: Simple and efficient numerical methods for problems of electromagnetic radiation and scattering from sources. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP-28, No. 5, pp. 593-603, Sept. 1980.
- [4] Itoh T.: Spectral Domain Imittance Approach for Dispersion Characteristics of Generalized Printed Transmission Lines. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MIT-28, No. 7, pp. 733-736, July 1980.
- [5] Kraus J. D.: *Electromagnetics*. McGraw-Hill Book Co., Singapore 1984
- [6] Rao S. M., Wilton D. R., Glisson A. W.: Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*. Vol. AP-30, NO. 3, pp. 409-418, May 1982.

6. Załączniki

6.1. Załącznik A – wyznaczanie charakterystyki promieniowania anteny paskowej metodą momentów.

The generic scenario of electromagnetic scattering from planar metallic conductors on (multilayered) dielectric substrates is efficiently analysed using the spectral domain method.



Consider a multilayered dielectric substrate with a metallic ground-plane below and a metallic conductor pattern above which may define a printed antenna for example. It will be assumed that both conductors have infinite conductivity and zero thickness.

The problem is: given an incident field E_i determine the scattered field E_s .

The boundary conditions are that the total tangential electric field must be zero on the conductors and satisfy Maxwell's equations throughout.

As discussed in the lectures we can formulate this problem as an Electric Field Integral Equation in terms of the unknown currents J_x and J_z on the upper conductor (assumed to be at $y=0$).

Defining the field scattered by these currents, in the presence of the grounded slab, through a Green's function G , i.e. $E_s(x,0,z) = \iint_S ds' G.J(x',0,z')$, then we require that

$$\hat{y} \times \left(E_i + \iint_S ds G.J \right) = 0 \text{ on the upper conductor.}$$

Note well, it is being assumed that both the incident field and the scattered fields separately satisfy Maxwell's equations in the grounded dielectric slab.

The practical difficulty is to find an efficient representation for the (dyadic – ie E and J are both vectors) Green's function, G.

In planar structures such as this, we can proceed by taking 2D Fourier Transforms. (Throughout spectral quantities are denoted by a tilde – a wavy line)

$$\tilde{J}_x(k_x, k_z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_S dx dz e^{+jk_x x + jk_z z} J_x(x, 0, z) \text{ where } s \text{ is the domain of the current.}$$

$$J_x(x, 0, z) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} dk_x dk_y e^{-jk_x x - jk_z z} \tilde{J}_x(k_x, k_z)$$

For each Fourier component there exists a spectral Green's function defined by

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{xs} \\ \tilde{E}_{zs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_z \end{pmatrix}$$

From which the complete Green's function above is found using the inverse transform

$$\begin{pmatrix} G_{xx} & G_{xz} \\ G_{zx} & G_{zz} \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_S dk_x dk_y dz e^{-jk_x(x-x') - jk_z(z-z')} \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix}$$

How to find the components of $\begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix}$?

Within each layer of the dielectric substrate-air structure, we require that $(\nabla^2 + k_0^2 \epsilon_r) \tilde{E} = 0$ and therefore the transverse fields are of the form

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} (Ae^{-jq_y y} + Be^{+jq_y y}) \quad \begin{pmatrix} \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_x \\ \tilde{h}_z \end{pmatrix} (Ae^{-jq_y y} + Be^{+jq_y y}) \quad (1)$$

where $q^2 = k_0^2 \epsilon_r - k_x^2 - k_z^2$ and is different for layers with different ϵ_r . Note the definition $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$. The coefficients A and B must be chosen such that the boundary conditions at the interfaces between layers are satisfied.

- At a simple interface between layers at y,

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x(y+) \\ \tilde{E}_z(y+) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{E}_x(y-) \\ \tilde{E}_z(y-) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} \tilde{H}_x(y+) \\ \tilde{H}_z(y+) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{H}_x(y-) \\ \tilde{H}_z(y-) \end{pmatrix} = 0$$

- At an infinite extent ground-plane at $\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = 0$
- On the upper open boundary we must have outgoing radiation so that

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} A e^{-jq_y y}$$

- An interface between layers at y containing tangential currents

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix}_{y-}^{y+} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x(y+) \\ \tilde{E}_z(y+) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{E}_x(y-) \\ \tilde{E}_z(y-) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} \tilde{J}_x(y) \\ \tilde{J}_z(y) \end{pmatrix} = \hat{y} \times \begin{pmatrix} \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_z \end{pmatrix}_{y-}^{y+} = \begin{pmatrix} -\tilde{H}_z \\ \tilde{H}_x \end{pmatrix}_{y-}^{y+}$$

Consider an interface containing currents (only tangential to the interface!)

In the homogeneous layers on each side of the interface the transverse magnetic fields follow from Maxwell's equations

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = 0. \quad -j\omega\mu \begin{pmatrix} -\tilde{H}_z \\ \tilde{H}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & -\frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

From (1) and (2) it follows that

$$-j \begin{pmatrix} k_x & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z} = \pm jq \tilde{e}_y e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z}$$

and

$$-j\omega\mu \begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z} = j \begin{pmatrix} \mp q & k_x & 0 \\ 0 & k_z & \mp q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_y \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z}$$

These can be combined to give

$$\begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z} = \pm \frac{\begin{pmatrix} q^2 + k_x^2 & k_x k_z \\ k_x k_z & q^2 + k_z^2 \end{pmatrix}}{q\omega\mu} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} e^{-jk_x x - jk_z z}$$

which is compactly expressed as

$$\begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} = \pm Y \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp jq_y y} \quad (3)$$

We note that this resembles transmission line behaviour where Y plays the role of the characteristic admittance of the line. However as Y is a matrix this is awkward to exploit yet. This is

overcome by looking at the eigensolutions of Y . (Matrix eigensolutions are a vehicle for changing matrix equations into a set of scalar equations)

$$Y \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} q^2 + k_x^2 & k_x k_z \\ k_x k_z & q^2 + k_z^2 \end{pmatrix}}{q \omega \mu} \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix}$$

The eigenvalues are defined by the solutions to

$$\begin{vmatrix} q^2 + k_x^2 - \gamma' & k_x k_z \\ k_x k_z & q^2 + k_z^2 - \gamma' \end{vmatrix} = 0 \text{ where } \gamma' = \gamma q \omega \mu$$

$$\text{i.e. } (q^2 + k_x^2 - \gamma')(q^2 + k_z^2 - \gamma') - k_x^2 k_z^2 = (q^2 - \gamma')(q^2 - \gamma' + k_x^2 + k_z^2) = (q^2 - \gamma')(\epsilon_r k_o^2 - \gamma') = 0$$

Therefore the eigenvalues are $\gamma = \frac{q}{\omega \mu}$ and $\gamma = \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q}$ and it is easy to show that the eigenvectors are

$$\frac{\begin{pmatrix} q^2 + k_x^2 & k_x k_z \\ k_x k_z & q^2 + k_z^2 \end{pmatrix}}{q \omega \mu} \begin{pmatrix} -k_z \\ k_x \end{pmatrix} = \frac{q}{\omega \mu} \begin{pmatrix} -k_z \\ k_x \end{pmatrix}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} q^2 + k_x^2 & k_x k_z \\ k_x k_z & q^2 + k_z^2 \end{pmatrix}}{q \omega \mu} \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \end{pmatrix} = \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \end{pmatrix}$$

Defining a matrix whose columns are the eigenvectors $\tilde{T} = \frac{\begin{pmatrix} k_x & -k_z \\ k_z & k_x \end{pmatrix}}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$ we have orthogonality and normalisation, ie $\tilde{T}^T \tilde{T} = \tilde{T} \tilde{T}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

The important thing to note is that the eigenvectors are independent of the layer parameters (ie they are not explicitly dependent upon ϵ_r or indirectly on ϵ_r via q). As they are eigensolutions we have

$$Y \tilde{T} = \tilde{T} \begin{pmatrix} \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} & 0 \\ 0 & \frac{q}{\omega \mu} \end{pmatrix}$$

and hence the admittance matrix is expressed in terms of its eigensolutions as

$$Y = \tilde{T} \begin{pmatrix} \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} & 0 \\ 0 & \frac{q}{\omega \mu} \end{pmatrix} \tilde{T}^T$$

Returning to (3) above $\begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y} = \pm Y \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y}$ and using the eigensolution representation

$$\begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y} = \pm \tilde{T} \begin{pmatrix} \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} & 0 \\ 0 & \frac{q}{\omega \mu} \end{pmatrix} \tilde{T}^T \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y}$$

$$\tilde{T}^T \begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y} = \pm \begin{pmatrix} \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} & 0 \\ 0 & \frac{q}{\omega \mu} \end{pmatrix} \tilde{T}^T \begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y}$$

The matrix \tilde{T}^T “rotates” the x and z components of the transverse fields into an alternative orthogonal pair (like rotating a geometrical coordinate system about an axis)

$$\begin{pmatrix} \tilde{h}^e \\ \tilde{h}^h \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y} = \pm \begin{pmatrix} \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} & 0 \\ 0 & \frac{q}{\omega \mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}^e \\ \tilde{e}^h \end{pmatrix} e^{\mp j q_y y}$$

Now we have two independent (uncoupled by simple interfaces) solution types;

$$\begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_z \\ k_x \end{pmatrix} \tilde{e}^h \quad \begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_z \\ k_x \end{pmatrix} \tilde{h}^h \quad \tilde{h}^h e^{\mp j q_y y} = \pm \frac{q}{\omega \mu} \tilde{e}^h e^{\mp j q_y y}$$

called LSE (longitudinal Section Electric) which has no E_y .

$$\begin{pmatrix} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \end{pmatrix} \tilde{e}^e \quad \begin{pmatrix} -\tilde{h}_z \\ \tilde{h}_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \end{pmatrix} \tilde{h}^e \quad \tilde{h}^e e^{\mp j q_y y} = \pm \frac{\epsilon_r \omega \epsilon_o}{q} \tilde{e}^e e^{\mp j q_y y}$$

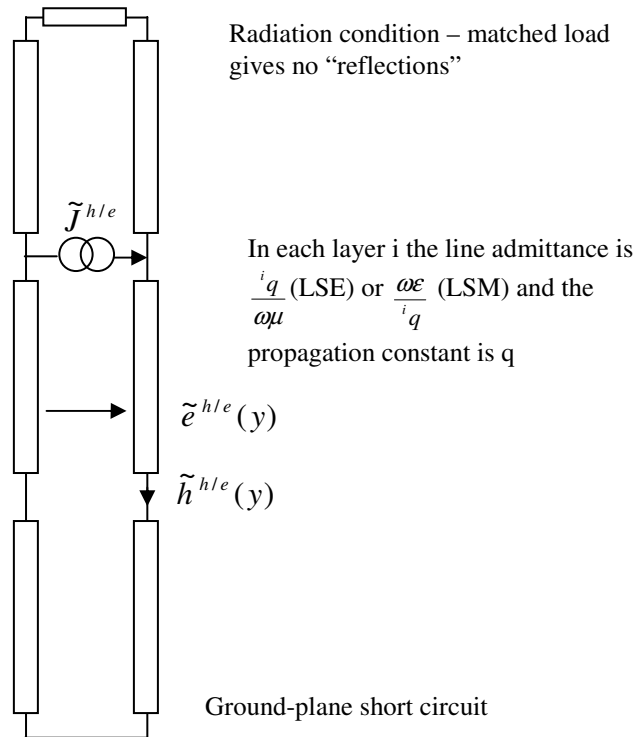
called LSM (longitudinal Section Magnetic) which has no H_y .

Each of these sets mimics the behaviour of transmission lines and we can use this analogy to simplify the construction of the Green’s function.

The current source can also be decomposed into its LSE and LSM components

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}^e \\ \tilde{\mathbf{J}}^h \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{T}}^T \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_x \\ \tilde{\mathbf{J}}_z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_x \\ \tilde{\mathbf{J}}_z \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{T}} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}^e \\ \tilde{\mathbf{J}}^h \end{pmatrix}$$

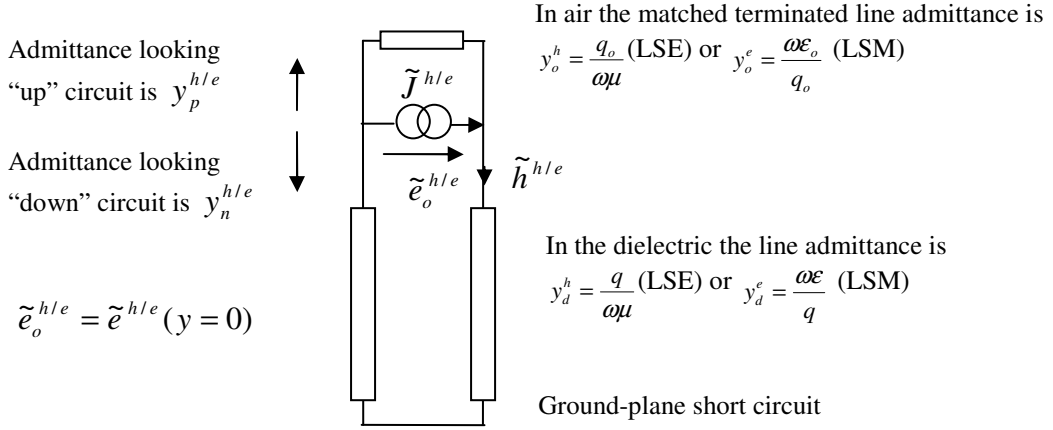
Now the beauty of the situation is that the LSE current component only excites an LSE field and similarly for the LSM case. Hence we can analyse them separately at this stage. For each we use the transmission line analogy to relate currents and fields as shown below



In summary:

- Take a FT to decompose the currents and fields into spectral components
- Further decompose these into LSE and LSM constituents.
- For each of LSE the currents and fields are related using a simple scalar transmission line model.
- Reverse the decomposition to get the complete Green’s function.

Therefore consider the case of a simple grounded dielectric slab of height h with air above and current sources on the air-dielectric interface



Immediately in this case we identify the “up/down” admittances using standard transmission line theory

$$y_p^{h/e} = y_o^{h/e} \text{ and } y_n^{h/e} = -jy_d^{h/e} \cot(qh) \text{ with } \tilde{J}^{h/e} = (y_p^{h/e} + y_n^{h/e}) \tilde{e}_o^{h/e}$$

Hence in terms of the LSE and LSM components

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}^e \\ \tilde{E}^h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_p^e + y_n^e & 0 \\ 0 & y_p^h + y_n^h \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{J}^e \\ \tilde{J}^h \end{pmatrix}$$

and “rotating” back to the x and z components

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = \tilde{T} \begin{pmatrix} y_p^e + y_n^e & 0 \\ 0 & y_p^h + y_n^h \end{pmatrix}^{-1} \tilde{T}^T \begin{pmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_z \end{pmatrix}$$

and finally inverting the FT

$$\begin{pmatrix} E_x(x,0,z) \\ E_z(x,0,z) \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint dk_x dk_y e^{-jk_x x - jk_z z} \tilde{T} \begin{pmatrix} y_p^e + y_n^e & 0 \\ 0 & y_p^h + y_n^h \end{pmatrix}^{-1} \tilde{T}^T \iint_S dx' dz' e^{+jk_x x' + jk_z z'} \begin{pmatrix} J_x(x',0,z') \\ J_z(x',0,z') \end{pmatrix}$$

Hence the Green’s function is identified as

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint dk_x dk_y e^{-jk_x x - jk_z z} \tilde{T} \begin{pmatrix} y_p^e + y_n^e & 0 \\ 0 & y_p^h + y_n^h \end{pmatrix}^{-1} \tilde{T}^T e^{+jk_x x' + jk_z z'}$$

Critique of the method;

- It allows simple extension to multilayered substrates with many different conductor patterns at different levels (just put more current sources in the TL models)
- Assumes infinite conductivity

- Assumes zero thickness conductors

Solving the EFIE.

To solve the EFIE we express the currents in terms of a suitable orthogonal basis set, ie

$$J_x(x,0,z) = \sum_0^N j_{xn}(x,z)I_{xn} = \underline{j}_x^T \underline{I}_x \text{ etc where } \iint_s dx dz j_{xn}(x,z)j_{xm}(x,z) = \delta_{nm} \text{ and so that}$$

$$I_{xn} = \iint_s dx dz j_{xn}(x,z)J_x(x,0,z)$$

It is assumed that the basis set is complete, ie it can represent any viable current on s. The EFIE is

$$\begin{pmatrix} E_{xi}(x,0,z) \\ E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} + \iint_s dx' dz' G \begin{pmatrix} J_x(x',0,z') \\ J_z(x',0,z') \end{pmatrix} = 0 \text{ on s}$$

$$\begin{pmatrix} E_{xi}(x,0,z) \\ E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} + \iint_s dx' dz' G \begin{pmatrix} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix} = 0 \text{ on s}$$

For arbitrary coefficients $\begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix}$ this will not hold true and so we get an error

$$\begin{pmatrix} E_{xi}(x,0,z) \\ E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} + \iint_s dx' dz' G \begin{pmatrix} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} error_x(x,z) \\ error_z(x,z) \end{pmatrix}$$

We can expand the errors in the same basis set used for the currents

$$\begin{pmatrix} error_{xn} \\ error_{zn} \end{pmatrix} = \iint_s dx dz \begin{pmatrix} j_{xn}(x,z) & 0 \\ 0 & j_{zn}(x,z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} error_x(x,z) \\ error_z(x,z) \end{pmatrix}$$

For the errors(x,z) to be zero all the coefficients, error_n must be zero

$$\iint_s dx dz \begin{pmatrix} \underline{j}_x(x,z) & 0 \\ 0 & \underline{j}_z(x,z) \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} E_{xi}(x,0,z) \\ E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} + \iint_s dx' dz' G \begin{pmatrix} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rearranging we arrive at

$$- \iint_s dx dz \begin{pmatrix} \underline{j}_x(x,z)E_{xi}(x,0,z) \\ \underline{j}_z(x,z)E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} = \iint_s dx dz \iint_s dx' dz' \begin{pmatrix} \underline{j}_x G_{xx} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z G_{xz} \underline{j}_z^T \\ \underline{j}_x G_{zx} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z G_{zz} \underline{j}_z^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix}$$

Which is a matrix problem that can be solved for the coefficients $\begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix}$

Note that above it was assumed that the basis functions were orthogonal. In fact, this is an unnecessary requirement; it is sufficient that the basis functions form a complete independent set.

Implementation Issues

We have to construct the above matrix with terms of the form

$$\begin{aligned} & \iint_S dx dz \iint_S dx' dz' j_{xm} G_{xx} j_{xn} \\ &= \iint_S dx dz \iint_S dx' dz' j_{xm} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \iint dk_x dk_y e^{-jk_x x - jk_z z} \left(\tilde{T} \begin{pmatrix} y_p^e + y_n^e & 0 \\ 0 & y_p^h + y_n^h \end{pmatrix}^{-1} \tilde{T}^T \right)_{xx} e^{+jk_x x' + jk_z z'} j_{xn} \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \iint dk_x dk_y \tilde{j}_{xm}^* \frac{k_x^2 (y_p^e + y_n^e)^{-1} + k_z^2 (y_p^h + y_n^h)^{-1}}{k_x^2 + k_z^2} \tilde{j}_{xn} \end{aligned}$$

- The infinite extent 2D integral is best transformed to “cylindrical coordinates”

$$k_x = k_t \cos \eta, \quad k_z = k_t \sin \eta, \quad dk_x dk_z = k_t dk_t d\eta$$

$$\iint_S dx dz \iint_S dx' dz' j_{xm} G_{xx} j_{xn} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \iint dk_t d\eta k_t \left(\cos^2 \eta (y_p^e + y_n^e)^{-1} + \sin^2 \eta (y_p^h + y_n^h)^{-1} \right) \tilde{j}_{xm} \tilde{j}_{xn}$$

Note that the $y_{p/n}^{e/h}$ are not functions of η

- If $(y_p^{e/h} + y_n^{e/h}) = 0$ on or near the contour of k_t integration then we have to integrate “around” a singularity which is numerically unreliable. The best strategy is to analytically extract the singularity and numerically integrate only the smooth part of the function. These singularities physically correspond to the excitation of surface waves of the substrate. For the purposes of this project work we will limit ourselves to substrates that do don’t support guided wave solutions. If desired the singularity extraction can be added later on.

The choice of basis functions

Either we choose these to fit a restricted set of geometries; for example for simple rectangular dipoles ($0 < x < w_x$; $0 < y < w_y$) we could use

$$\underline{j}_{xm} = \cos \frac{2\pi u y}{w_y} \sin \frac{2\pi v x}{w_x} \text{ for integer } u \text{ and } v \text{ and similarly for } \underline{j}_{zm}$$

For more general shapes we adopt a “finite element” type approach and break the conductor in small canonical shapes – ie small squares.

A standard basis set are “rooftop” functions. Let the normal currents across the boundaries between the squares be the unknowns as shown below. Associated with each of these is a roof top function that spans the adjacent squares.

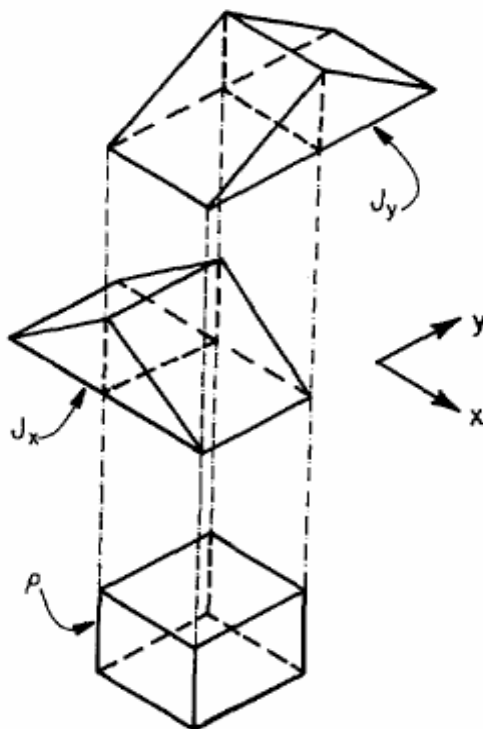
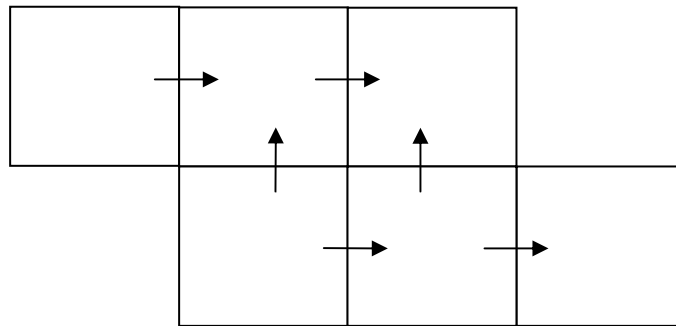


Fig. 10. Two-dimensional current and charge basis functions.

If we use squares of the same size we see that we don't need to evaluate that many different integrals.

First the 2D integrals are separable, $J_x(x,0,z)=f(x)g(z)$ so that

$$\tilde{J}_x(k_x, k_z) = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int dx e^{+jk_x x} f(x) \int dz e^{+jk_z z} g(z)$$

Secondly, the transform of the basis function centred on $x = a\Delta, z = b\Delta$ is given by $\tilde{j}_{a,b} = e^{+jk_x a\Delta + jk_z b\Delta} \tilde{j}_{0,0}$ so that the integrals of the form

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint dk_x dk_y \tilde{j}_{xab}^* \tilde{j}_{xa'b'} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint dk_x dk_y \tilde{j}_{x00}^* \tilde{j}_{x00} e^{+jk_x(a'-a)\Delta} e^{+jk_z(b'-b)\Delta}$$

only involve the relative position of the squares.

Typical Program

$$-\iint_s dx dz \begin{pmatrix} \underline{j}_x(x,z) E_{xi}(x,0,z) \\ \underline{j}_z(x,z) E_{zi}(x,0,z) \end{pmatrix} = \iint_s dx dz \iint_s dx' dz' \begin{pmatrix} \underline{j}_x G_{xx} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z G_{xz} \underline{j}_z^T \\ \underline{j}_x G_{zx} \underline{j}_x^T & \underline{j}_z G_{zz} \underline{j}_z^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_x \\ \underline{I}_z \end{pmatrix}$$

Construct the matrix terms using a numerical integration over $dk, d\eta$. This will exploit analytic evaluations of the transforms of the rooftop functions and involve only their relative positions.

Solve the matrix problem (we just use say LU decomposition for small problems).

We now have the currents and can evaluate the scattered fields.

A simple first test would be to evaluate the response to plane wave excitation.

—