

# Modulacja i kodowanie kanałowe COFDM

Referat prezentuje COFDM - system modulacji i kodowania kanałowego. Przedstawiono charakterystyki kanału transmisyjnego dla sygnału podlegającego zjawiskom wielodrogowości i efektom Dopplera. Zaprezentowano sposób modulacji OFDM połączony z kodowaniem splotowym i przeplotem czasowym i częstotliwościowym. Podano parametry COFDM dla systemu DAB Eureka 147.

W systemie radiofonii cyfrowej DAB [1, 8, 17, 19] wykorzystuje się kodowanie źródłowe MUSICAM [27] oraz kodowanie kanałowe COFDM (*Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex*). MUSICAM zapewnia odbiór sygnałów akustycznych o jakości płyty kompaktowej (CD), a COFDM umożliwia stabilny odbiór sygnału radiowego podlegającego zjawiskom wielodrogowości (gdy sygnał odbija się od przeszkód terenowych) i efektu Dopplera (w przypadku poruszania się punktu odbioru - np. odbiornika samochodowego).

## 1. Charakterystyka toru transmisyjnego

Sygnał docierający do odbiornika jest sumą fal takich, że każda może mieć różną amplitudę w zależności od właściwości przebytej drogi i różne opóźnienie w zależności od właściwości przeszkód i długości drogi, przy czym amplitudy i opóźnienia zmieniają się wraz z pozycją anteny odbiorczej. W wyniku sumowania składowych sygnałów otrzymujemy na wyjściu sygnał fluktuujący, do którego dodają się szумы urządzeń i zakłócenia przemysłowe. Jeśli do anteny nie dociera fala bezpośrednia to fluktuacje sygnału użytecznego opisuje rozkład Rayleigh'a (jeżeli jest także fala bezpośrednia jest to rozkład Rice'a). Sygnał w takim kanale podlega zanikom, które mają znaczenie zarówno dla transmisji analogowych jak i cyfrowych. Można im przeciwdziałać stosując nadajniki dużej mocy lub wieloantenowe układy odbiorcze (odbior zbiorczy). Oba sposoby są kosztowne a pierwszy prowadzi do złej gospodarki widmem elektromagnetycznym. W przypadku transmisji cyfrowej szczególnym utrudnieniem jest opóźnienie sygnału i zmiany charakterystyk kanału w czasie. Opóźnienie sygnałów może wynosić nawet 200  $\mu$ s, przy czym amplituda sygnału nie musi maleć w czasie. Zjawiska te powodują powstanie niedopuszczalnych interferencji międzysymbolowych w miarę wzrostu przepływności transmitowanego sygnału. Zmiany charakterystyk kanału w czasie spowodowane zmieniającym się otoczeniem odbiornika ruchomego, powodują błędną estymację fazy sygnału w odbiorniku. Wymienione efekty sprawiają, że klasyczne metody modulacji (np. kłuczowanie fazy lub częstotliwości) nie zapewniają dostatecznie małej elementowej stopy błędów BER nawet przy dużych wartościach stosunku mocy sygnału użytecznego do mocy szumu.

## 2. Modelowanie kanału w małych obszarach

Teoretyczny opis kanału radiowego dla odbioru ruchomego przedstawiono w opracowaniu ITU-R [10]. Zaproponowano dwuczęściowy model kanału: pierwszy pozwala na wyznaczenie średniej energii sygnału w małych obszarach o wymiarach liniowych rzędu kilkuset długości fali, drugi o wymiarach kilkunastu długości fali wewnątrz pierwszego, w którym sygnały radiowe podlegają zjawiskom wielodrogowości. Pierwsza część modelu prowadzi do logarytmiczno-normalnego rozkładu średniej wartości energii i modelu propagacji w wolnej przestrzeni. Druga część określa wypadkową chwilową amplitudę odebranego sygnału, która podlega rozkładowi Rayleigh'a.

Zjawiska wielodrogowości można opisać przy pomocy modelu, w którym zakłada się istnienie różnych fal odbitych i nieobecność fali bezpośredniej (o stałej amplitudzie). Selektowność kanału powoduje zniekształcenia amplitudy i fazy sygnału. Model ten sprowadza się do modelu nie-selektywnego kanału Rayleigh'a jeśli czas trwania transmitowanego symbolu jest większy od różnicy opóźnień docierających sygnałów.

Niech  $s_e(t)$  będzie emitowanym sygnałem:

$$s_e(t) = \sqrt{2E_o} S(t) \cos(\omega_o t + \phi(t) + \phi_o) \quad (1)$$

gdzie:  $E_o$  jest mocą promieniowaną (zakładając moc  $S(t)$  równą jeden),

$S(t)$  odpowiada modulacji amplitudy,

$\phi(t)$  odpowiada modulacji fazy,

$\omega_o = 2\pi f_o$  jest pulsacją nośnej,

$\phi_o$  jest fazą początkową sygnału nośnej.

Sygnał  $s_e(t)$  może być zapisany w postaci symbolicznej jako  $z_e(t)$ :

$$z_e(t) = z(t) e^{j(\omega_o t + \phi_o)} \quad (2)$$

gdzie:  $z(t) = \sqrt{2E_o} s(t) e^{-j\phi(t)}$  jest sygnałem modulującym.

Antena odbiera sygnały przychodzące z  $MN$  różnych dróg. Każdy z sygnałów odebrany przez antenę może być opisany następująco:

$$s_{mn}(t) = C_{mn} z_e(t - T_{mn}) e^{j\omega_{mn} t} \quad (3)$$

gdzie:  $C_{mn}$ ,  $T_{mn}$ ,  $\omega_{mn}$  są kolejno tłumieniem, opóźnieniem i pulsacją dopplerowską podfali  $n$  i fali  $m$ . ( $n$  oznacza grupę fal o opóźnieniu, które jest zbliżone do wartości średniej opóźnienia fali o indeksie  $m$ ).

$\omega_{mn}$  może być wyrażone następująco:

$$\omega_{mn} = 2\pi \frac{\omega_o v}{c} \cos \alpha_{mn} \quad (4)$$

gdzie:  $v$  jest prędkością pojazdu,

$c$  jest prędkością światła,

$\alpha_{mn}$  jest kątem między falą padającą a kierunkiem poruszania się pojazdu.

Sygnał  $S_r(t)$  na wejściu odbiornika można opisać wzorem:

$$S_r(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{mn} z(t - T_{mn}) e^{j(\omega_o t - \omega_o T_{mn} + \omega_{mn} t)} \quad (5)$$

W relacji do zmian sygnału modulującego  $z(t)$  różnice między  $T_{mj}$  a  $T_{mi}$  są bardzo małe i odpowiadają różnym dodatkowym odbiciom sygnału w pobliżu anteny odbiorczej. Dlatego można dokonać uproszczenia wzoru (5) poprzez przyjęcie:

$$T_m = 1/N \sum_n T_{mn} \quad (6)$$

Biorąc to pod uwagę można napisać:

$$S_r(t) = \sum_{m=1}^M z(t - T_m) \sum_{n=1}^N C_{mn} e^{j(\omega_o t - \omega_o T_{mn} + \omega_{mn} t)} \quad (7)$$

Z każdą z  $M$  fal jest związany współczynnik mnożenia:

$$A_m(t) = \sum_{n=1}^N C_{mn} e^{j(\omega_{mn} t - \omega_o T_{mn})} \quad (8)$$

$A_m(t)$  reprezentuje multiplikatywny proces stochastyczny Rayleigh'a, którego widmo jest ograniczone do pasma  $[-\frac{v}{c}f_o, \frac{v}{c}f_o]$ . Gdy  $N$  jest duże  $A_m(t)$  może być uważany za proces będący sumą dwóch niezależnych gaussowskich procesów wzajemnie ortogonalnych:

$$A_m(t) = \sum_{n=1}^N C_{mn} \cos(\omega_{mn}t + \phi_n) + j \sum_{n=1}^N C_{mn} \sin(\omega_{mn}t + \phi_n) \quad (9)$$

$\phi_n$  jest zmienną losową o rozkładzie równomiernym w przedziale  $[0, 2\pi]$ .  
Moduł procesu  $A_m(t)$  jest zmienną losową o rozkładzie Rayleigh'a.

Wiedząc, że moduł  $A_m(t)$  jest z założenia funkcją ciągłą w przedziale  $[-\pi, \pi]$ , widmową gęstość mocy wyznacza się następująco [21]:

$$\gamma_{Am}(v) = \frac{P_m}{\pi \sqrt{(\frac{v}{c}f_o)^2 - v^2}} \quad \text{jeśli} \quad -\frac{v}{c}f_o < v < \frac{v}{c}f_o \quad (10)$$

lub  $\gamma_{Am}(v) = 0$  w pozostałych przypadkach.

gdzie:  $P_m$  reprezentuje moc średnią fali o współczynniku  $m$ .

Przechodząc od modelu ciągłego widmowej gęstości mocy do dyskretnego, w którym  $\delta v$  odpowiada różnicy między dopplerowskimi częstotliwościami dwóch kolejnych fal, można napisać:

$$C_{mn}^2 = \gamma_{Am}(v) \cdot \delta v \quad (11)$$

oraz

$$\sum_{n=1}^N C_{mn}^2 = \int_{-\frac{v}{c}f}^{\frac{v}{c}f_o} \gamma_{Am}(v) \cdot dv = P_m \quad (12)$$

Należy dodać, że prążkowe widma sygnałów są nieskorelowane, ponieważ fale pochodzą z różnych źródeł (mają różne opóźnienia i amplitudy).

W przypadku gdy opóźnienie  $T_m$  jest małe w stosunku do czasu trwania modulowanego symbolu, cały kanał może być reprezentowany przez multiplikatywny proces  $r(t)$ , którego rozkład rayleigh'owski jest związany z widmem mocy  $\gamma(v)$ :

$$\gamma(v) = \frac{S_o}{\pi \sqrt{(\frac{v}{c}f_o)^2 - v^2}} \quad (13)$$

gdzie  $S_o$  jest współczynnikiem określającym moc transmitowaną w całym kanale:

$$S_o = \sum_{m=1}^M P_m \quad (14)$$

### 2.1. Średnia wartość natężenia pola w małych obszarach

Model kanału określa kilka parametrów. Jednym z nich jest wartość mocy transmisji (14), która charakteryzuje średnią wartość mocy odebranej na małym obszarze i ma szczególnie ważne znaczenie fizyczne.

Eksperymenty dowiodły, że w warunkach propagacji w obszarach uprzemysłowionych, przy przejściu z jednego małego obszaru do drugiego wartość średnia odebranej mocy  $S_o$  zmienia się według rozkładu logarytmiczno-normalnego, którego wartość średnia jest mocą odebraną wyznaczoną na podstawie wzorów określających propagację w wolnej przestrzeni [10].

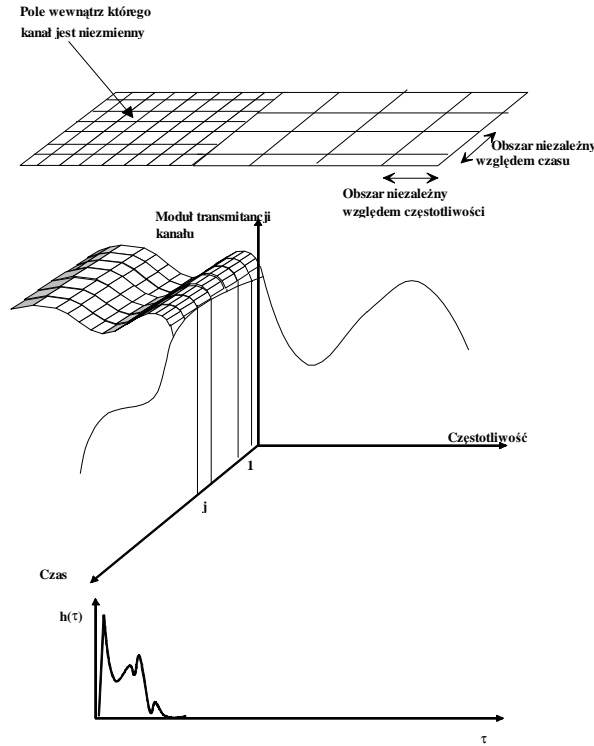
$$P(S_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot S_o} e^{-\frac{(\lg S_o - \lg \bar{S}_o)^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

gdzie wartość średnia:

$S_o = E(S_r^2(t))$  – jest średnią mocą odebranego sygnału w małym obszarze,  
 oraz odchylenie standardowe jest równe  $\sigma^2 = E((S_o - \bar{S}_o)^2)$ .

## 2.2. Czasowo–częstotliwościowa charakterystyka kanału

Na rys. 1 przedstawiono przykładową charakterystykę kanału Rayleigh'a oraz jego odpowiedź impulsową. Małe prostokąty określają obszary, w których kanał może być uważany za lokalnie niezmienny. Duże prostokąty określają obszary, które są statystycznie niezależne.



Rys. 1. Charakterystyka kanału i jego odpowiedź impulsowa.

Czas trwania odpowiedzi impulsowej kanału  $h(\tau)$  zależy od miejsca odbioru, częstotliwości pracy i prędkości poruszania się odbiornika i wynosi od kilku do około 200  $\mu\text{s}$ . Czasowo–częstotliwościowa charakterystyka kanału w małych obszarach, w których kanał jest lokalnie niezmienny jest opisana następującą zależnością [17]:

$$H(f,t) = \sum_i \exp[j(\phi_i - 2\pi f\tau_i + 2\pi f_{di}t)] \quad (16)$$

gdzie:  $\phi_i$  jest przesunięciem fazy,  $\tau_i$  jest opóźnieniem propagacyjnym a  $f_{di}$  jest dopplerowskim przesunięciem w częstotliwości ścieżki  $i$ -tej. Dla celów symulacyjnych zmienne losowe  $\tau_i$  i  $f_{di}$  można uznać za niezależne. Wówczas funkcja opisująca charakterystykę kanału przyjmie postać:

$$S(\tau, f_d) = K \cdot P_\tau(\tau) \cdot P_{fd}(f_d) \quad (17)$$

gdzie:  $P_\tau(\cdot)$  i  $P_{fd}(\cdot)$  są funkcjami gęstości prawdopodobieństwa zmiennych  $\tau$  i  $f_d$ :

$$P_\tau(\tau) = 1/T_o e^{-\tau/T_o} \quad (18)$$

gdzie:  $T_o$  - dewiacja standardowa opóźnienia.

Gęstość zmiennej  $f_d$  jest wyznaczana z zależności (10) po przejściu do widma dolnoprzepustowego i jest następująca [17]:

$$P_{fd}(f_d) = \frac{1}{\pi\sqrt{f_{\max}^2 - f_d^2}} \quad \text{dla} \quad |f_d| < |f_{\max}| \quad (19)$$

gdzie:  $f_{\max}$  jest maksymalną dopplerowską częstotliwością i jest wyznaczana z zależności:

$$f_{\max} = f_o \cdot v/c \quad (20)$$

( $v$  jest prędkością poruszania się pojazdu).

Dla wąskopasmowych kanałów korelacja wzajemna  $\rho$  dwóch multiplikatywnych procesów dwóch nośnych oddalonych o  $\Delta F$  jest następująca [14]:

$$\rho(\Delta F, \Delta T) = \frac{J_o^2(\omega_m \Delta T)}{1 + (2\pi \Delta F T_o)^2} \quad (21)$$

gdzie:  $\omega_m = 2\pi f_m$  – maksymalna pulsacja dopplerowska,

$\Delta T$  jest przesunięciem czasu między sygnałami należącymi kolejno do kanału o częstotliwościach  $f_1$  i  $f_1 + \Delta F$ .

Aby określić niezależność dwóch kanałów dla dowolnej prędkości pojazdu, należy spełnić warunek:

$$\frac{1}{1 + (2\pi \Delta F T_o)^2} \ll 1 \quad (22)$$

A zatem dla  $\rho \leq 0.1$ ,

$$\Delta F \geq \frac{1}{2T_o} \quad (23)$$

Jeżeli  $\Delta F \leq \frac{1}{2T_o}$  kanał jest częstotliwościowo nieselektywny. Gdy założy się, że czas trwania transmitowanego symbolu  $t_s$  spełnia warunek  $t_s \gg T_o$  ( $1/t_s \ll \Delta F$ ) to interferencje międzysymbolowe nie występują. Ponadto, aby uniezależnić całkowicie kanał od efektów wielodrogowości, czas trwania symbolu powinien być większy niż czas wygasania ech  $T_m$  (maksymalne opóźnienie sygnału).

Niezależność w dziedzinie czasu zależy tylko od  $\omega_m$ . Dla jednej częstotliwości korelacja między dwoma chwilami oddalonymi o  $\Delta T$  jest równa  $J_o^2(\omega_m \Delta T)$ . Warunek niezależności może być napisany jako  $\omega_m \Delta T \geq 2.5$  (pierwsze zero funkcji Bessela  $J_o(x)$ ). Oznacza on, że dla czasu trwania symbolu spełniającego warunek  $t_s \ll \Delta T$  kanał może być traktowany jako niezależny w czasie.

W przypadku klasycznej modulacji, można określić zależność elementowej stopy błędu BER w odniesieniu do dewiacji standardowej  $T_o$  opóźnienia  $T_m$  wprowadzanego przez każdą ścieżkę. Aby zmniejszyć BER należy zwiększyć stosunek mocy sygnału względem szumu ( $E_b/N_o$ ) albo zmniejszyć przepływność sygnału cyfrowego. Bez stosowania specjalnych technik modulacji i kodowania, aby zapewnić brak interferencji międzysymbolowej należałoby stosować małe przepływności sygnału cyfrowego, co jest wykluczone w przypadku transmisji sygnałów wymagających dużego strumienia bitów: radiowych i telewizyjnych.

### 3. Podstawy modulacji OFDM

W przypadku transmisji sygnału cyfrowego o dużej przepływności można zastosować podział kanału na mniejsze podkanały, w których transmisja przebiegałaby z mniejszą szybkością. Całe widmo kanału składa się z  $N$  nośnych, modulowanych sygnałami cyfrowymi o małej przepływności. Przepływność strumienia modulującego każdą nośną będzie  $N$  razy mniejsza od całkowitej przepływności sygnału. Aby dodatkowo uniezależnić się od zaników selektywnych można transmitować jednocześnie kilka programów radiowych. W systemie DAB transmituje się w podstawowej konfiguracji 6 programów stereofonicznych jednocześnie. Można zastosować odstępy między kolejnymi nośnymi, lecz zmniejsza to efektywność widmową. Lepszym rozwiązaniem jest nakładanie się widm sąsiednich nośnych oraz ich ortogonalizacja w celu uniknięcia interferencji międzysymbolowych.

Niech  $\{f_k\}$  będzie zbiorem częstotliwości nośnych, takich że:

$$f_k = f_o + k/T_s, \quad k = 0 \dots N - 1 \quad (24)$$

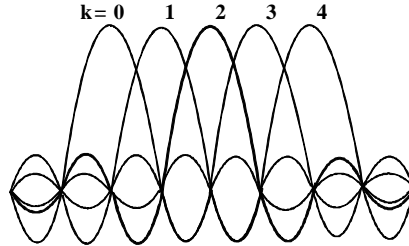
gdzie  $T_s$  reprezentuje czas trwania symbolu.

Baza elementarnego sygnału jest definiowana jako  $\psi_{i,k}(t)$  dla  $k = 0 \dots N-1$ ,  $i = -\infty$  do  $+\infty$ :

$$\psi_{i,k}(t) = g_k(t - iT_s) \quad (25)$$

przy czym dla  $0 \leq t < T_s$  :  $g_k(t) = e^{j2\pi f_k t}$   
dla innych  $t$  :  $g_k(t) = 0$ .

Widma  $g_k(t)$  wzajemnie się nakładają, jak pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Widma sygnałów  $g_k(t)$ .

Można łatwo pokazać, że sygnały  $\psi_{i,k}(t)$  spełniają warunki ortogonalności:

$$i \neq i' \text{ lub } k \neq k' : \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{i,k}(t) \cdot \psi_{i',k'}^*(t) dt = 0 \quad (26)$$

oraz 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \|\psi_{i,k}(t)\|^2 dt = T_s$$

Sygnał modulujący stanowią zespolone argumenty  $\{C_{i,k}\}$  reprezentujące transmitowane dane. Są one inne dla każdego typu modulacji sygnału modulatora OFDM. Jeżeli każda nośna sygnału OFDM jest modulowana sygnałem QPSK symbole  $\{C_{i,k}\}$  są wybierane ze zbioru:  $\{1+j, 1-j, -1+j, -1-j\}$ .

Sygnał wyjściowy OFDM może być napisany następująco:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} C_{i,k} \cdot \psi_{i,k}(t) \quad (27)$$

a reguła dekodowania jest następująca:

$$C_{i,k} = \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{i,k}^*(t) dt \quad (28)$$

### 3.1. Zastosowanie odstepu ochronnego

W przypadku wystąpienia interferencji międzysymbolowych spowodowanych wielodrogowością, ortogonalność poszczególnych nośnych może nie być utrzymana. Można tego uniknąć zwiększając liczbę nośnych  $N$ . Jednakże sposób ten jest ograniczony przez czasową koherencję kanału spowodowaną efektem Dopplera oraz przez szumy fazowe oscylatorów urządzenia.

Innym rozwiązaniem jest poświęcenie części emitowanej energii w celu eliminacji problemu selektywności kanału, poprzez poprzedzenie każdego sygnału  $\psi_{i,k}(t)$  odstepem ochronnym, który „zaabsorbuje” interferencje międzysymbolowe. Zakładając takie rozwiązanie, można emitowany sygnał zmodyfikować następująco:

Niech  $T'_s = T_s + \Delta$ , gdzie  $\Delta$  jest czasem trwania odstepu ochronnego.  $T_s$  reprezentuje czas trwania „użytecznego” sygnału, a  $T'_s$  czas trwania „transmitowanego” sygnału. „Użyteczny” sygnał  $\psi_{i,k}(t)$  jest definiowany zależnością:

$$\psi_{i,k}(t) = g_k(t - iT'_s) \quad (29)$$

a „transmitowany” zależnością:

$$\psi'_{i,k}(t) = g'_k(t - iT'_s) \quad (30)$$

gdzie dla:

$$-\Delta \leq t < T_s : g'_k(t) = e^{j2\pi f_k t}$$

$$\text{dla innych } t : g'_k(t) = 0.$$

Wobec tego zmodyfikowany sygnał OFDM można napisać następująco:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N-1} C_{i,k} \cdot \psi'_{i,k}(t) \quad (31)$$

#### 4. Analiza zachowania się sygnału OFDM z odstępem ochronnym w obecności propagacji wielodrogowej

Kanał transmisyjny  $c$  jest modelowany według zależności:

$$x(t) \xrightarrow{c} y(t) = [x*h](t) \quad (32)$$

Na potrzeby dalszej analizy warto zauważyć, że całkowity czas trwania odpowiedzi impulsowej kanału  $h(t)$  równy  $\tau$  jest mniejszy niż  $\Delta$  oraz, że kanał zmienia się bardzo powoli w porównaniu z czasem trwania symbolu  $T'_s$ .

Charakterystykę kanału (16) przedstawić można za pomocą szeregu dyskretnych wartości  $H_{i,k}$  reprezentujących zespoloną transmitancję dla częstotliwości  $f_k$  i dla chwil  $iT'_s$ . Dla przedziału  $[iT'_s, iT'_s + T_s]$  odebrany sygnał nie zależy od symboli  $C_{i-p,k}$   $p > 0$ . Pamięć kanału jest mniejsza niż czas trwania odstępu ochronnego, zachowanie się emitowanych składowych sygnału OFDM jest bezbłędne, jak gdyby symbol trwał nieskończony czas wcześniej.

Sygnał odebrany może być opisany następująco:

$$iT'_s \leq t < iT'_s + T_s : y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \text{Re}[H_{i,k} \cdot C_{i,k} \cdot \psi_{i,k}(t)] \quad (33)$$

Stosując do odebranego sygnału regułę dekodowania określoną wcześniej (28) otrzyma się emitowany symbol  $C_{i,k}$  zmodyfikowany przez pomnożoną odpowiedź impulsową kanału dla chwili  $iT'_s$  i dla częstotliwości  $f_k$ :

$$H_{i,k} C_{i,k} = \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot \psi_{i,k}^*(t) dt$$

(34)

#### 5. Wybór parametrów modulacji OFDM z odstępem ochronnym

Jak wykazano wcześniej poprawny odbiór sygnału wąskopasmowego występuje wg (23), gdy  $T_s \gg T_0$  (użyteczny czas trwania symbolu jest dużo większy od dewiacji standardowej opóźnienia) oraz gdy  $T'_s \ll \Delta T$  (całkowity czas trwania symbolu jest dużo mniejszy od odległości dwóch niezależnych chwil czasowych). Wprowadzono parametry modulacji OFDM  $\mu = T_0 / T_s$  i  $\beta = T_0 / \Delta T$ . Aby każda nośna OFDM była transmitowana w kanale nieselektywnym parametry te muszą spełnić warunki:  $\mu \ll 1$  oraz  $\beta \ll 1$ . W praktyce zakładając odstęp ochronny równy 1/4 czasu użytecznego symbolu  $t_s$  parametry modulacji muszą być określone na podstawie następujących warunków [17]:

$$\mu < 0.1 \quad (\text{lub } 1/T_s < 1/10T_0) \quad (35)$$

$$\beta < 0.02 \quad (\text{lub } T'_s < T_0/50) \quad (36)$$

Na przykład zakładając dewiację standardową równą  $1 \mu\text{s}$  (typowa wartość w miejskich i podmiejskich terenach) a maksymalną wartość częstotliwości dopplerowskiej równą  $100 \text{ Hz}$  (otrzymana podczas transmisji na częstotliwości  $900 \text{ MHz}$  i prędkości poruszania się pojazdu równej  $120 \text{ km/h}$ ). W tym przypadku parametry modulacji określają warunki jakie musi spełnić całkowity czas trwania symbolu  $T'_s$ :  $12.5 \mu\text{s} < T'_s < 200 \mu\text{s}$ .

## 6. Demodulacja sygnału OFDM przez zastosowanie „częściowej” analizy FFT

Struktura odbiornika opisana niżej bazuje na algorytmie FFT. Ponieważ odbiorca *a priori* odbiera sygnał tylko jednego z kilku programów niekonieczne jest analizowanie całego sygnału OFDM, dlatego analiza FFT jest wykonywana dla jednego programu i nazywana „częściową” analizą FFT. Podstawową ideą procedury FFT dla DAB jest połączenie algorytmu liczenia transformaty z procesem wyboru odbieranego programu.

### 6.1. Próbkowana reprezentacja odebranego sygnału

Przed procesem analizy koniecznym jest zamienienie ciągłego sygnału odebranego w postać szeregu próbek. Rozważamy przedział czasu  $[0, T_s]$  wiedząc, że odstęp ochronny „absorbuje” pamięć kanału. Niech indeks  $i$  będzie równy 0 co uprości notację. Sygnał odebrany  $y(t)$  może być opisany następująco:

$$0 \leq t < T_s : \quad y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} H_k \cdot C_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (37)$$

Niech  $T = T_s/N$ . Sygnał  $y(t)$  jest przesuwany przez heterodynę do częstotliwości pośredniej  $f_0 + 1/2T_s$ . Odpowiadający temu sygnał może być opisany następująco:

$$\tilde{y}(t) = e^{-j\pi t/T} \sum_{k=0}^{N-1} H_k \cdot C_k \cdot e^{j2\pi k t/NT} \quad (38)$$

W spróbkowanym sygnale  $\tilde{y}(t)$  z częstotliwością próbkowania  $f_e = 1/T$ :

$$\tilde{y}(nT) = (-1)^n \sum_{k=0}^{N-1} H_k \cdot C_k \cdot e^{j2\pi kn/N} \quad (39)$$

zakładając:  $y_n = \frac{(-1)^n}{N} \tilde{y}(nT)$  i  $Y_k = H_k \cdot C_k$

wtedy:  $y_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y_k \cdot e^{j2\pi kn/N}$  (40)

$\{y_n\}$  stanowi odwrotną dyskretną transformatę Fouriera (IDFT) wartości  $\{Y_k\}$ , gdzie:

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} y_n \cdot e^{-j2\pi kn/N} \quad (41)$$

### 6.2. Analiza FFT

Obliczenia wartości  $Y_k$  można przeprowadzić za pomocą szybkiego przekształcenia Fouriera (FFT) na  $N$  zespolonych próbkach w czasie mniejszym niż  $T_s$ . Aby zaadoptować znane algorytmy FFT [18] wprowadza się współczynnik:

$$W = e^{-j2\pi/N} \quad (42)$$

Wówczas wartość  $Y_k$  można obliczyć przy użyciu transformaty FFT:

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} y_n W^{nk} \quad (43)$$

Ponieważ ze wszystkich nadawanych nośnych sygnału OFDM  $N$  tylko jeden z  $L$  programów jest odbierany, analizie należy poddać jedynie  $M$  nośnych ( $N=ML$ ).

## 7. Kodowanie i przeplatanie

System OFDM eliminuje efekty selektywności kanału. Wartości  $Y_{i,k}$  otrzymane z analizy FFT pozwalają na wyznaczenie emitowanego symbolu  $C_{i,k}$  poprzez wykorzystanie zależności:

$$C_{i,k} = Y_{i,k}/H_{i,k} \quad (44)$$

Przy braku szumu emitowane symbole mogą być rozpoznane bezbłędnie w związku z eliminacją wpływu selektywności kanału przez modulację OFDM opisaną wcześniej. Jednakże zmiana elementowej stopy błędu w zależności od stosunku  $E_b/N_0$  (energii bitu do mocy szumu) jest bardzo



wolna. Aby odebrać słaby sygnał można zastosować bardzo „silne” kodowanie źródłowe, które pozwala odbierać sygnał np. z BER = 10<sup>-2</sup>. W podejściu zaprezentowanym poniżej zastosowano zupełnie odmienną filozofię: oddzielono zupełnie kodowanie źródłowe od kodowania kanałowego, którego zadaniem jest zapewnienie bezbłędnej transmisji w kanale.

Strumień bitów poddany jest kodowaniu a następnie przeplotowi w dziedzinie czasu i częstotliwości. Następnie zostaje on zmodulowany OFDM. W kanale transmisyjnym na sygnał mają dodatkowy wpływ: multiplikacyjny proces Rayleigh'a  $r(t)$  oraz addytywny szum Gaussowski  $n(t)$ . Widmo procesu Rayleigh'a zostało podane wcześniej (10), Widmo szumu  $n(t)$  jest białe o gęstości widmowej  $N_0$ .

### 7.1. Czasowy i częstotliwościowy przeplot bitów

Kolejne bity przesyłane są w niezależnych od siebie odległych chwilach na niezależnych podnośnych. Zapewnia to całkowitą niezależność kolejnych bitów co w przypadku zaników oznacza utratę pojedynczych bitów.

W przypadku stosowania przeplotu częstotliwościowego otrzymujemy kanał niezależny od częstotliwości. Przeplot w dziedzinie czasu gwarantuje niezależność kanału od prędkości pojazdu.

### 7.2. Kodowanie splotowe

Przeplot czasowy i częstotliwościowy połączony z modulacją OFDM likwiduje efekt selektywności kanału Rayleigh'a i częściowo uodparnia system na zakłócenia, szумы i zaniki. Aby zwiększyć odporność systemu jest niezbędne zastosowanie kodowania. Podczas prac nad systemem COFDM wykonano wiele analiz systemu dla różnych rodzajów kodów i różnych sposobów demodulacji [15]. Ze względu na podobne osiągnięcia oraz ze względu na prostszą strukturę dekodera można zastosować kod splotowy lub ewentualnie kod splotowy połączony z kodem CSRS (*Cyclotomatically Shortened Reed-Solomon*). Kody RS (*Reed-Solomon*) mimo dobrych wyników nie są tak proste w implementacji i nie nadają się obecnie do zastosowań w sprzęcie powszechnego użytku.

Jako kod dla systemu T-DAB wybrano kod splotowy. Kod ten jest poddany operacji „dziurkowania” (*puncturing*) [2, 25] w celu zmniejszenia wypadkowej przepływności kanału. „Dziurkowanie” polega na usuwaniu niektórych bitów z ciągu na wyjściu kodera splotowego według specjalnego algorytmu, pozostawiając wystarczające informacje służące do detekcji i korekcji błędów. Zastosowanie „dziurkowania” umożliwia stosowanie tego samego dekodera bez względu na efektywność zastosowanego kodu, która jest zmienna i zależy od przepływności wejściowego sygnału cyfrowego.

## 8. Parametry COFDM dla radiofonii cyfrowej T-DAB

W systemie T-DAB każda nośna OFDM modulowana jest sygnałem różnicowego czterowartościowego kluczowania fazy DQPSK (*Differential QPSK*). Widmowa efektywność tej modulacji wynosi teoretycznie 2 bit/s/Hz. Po zastosowaniu kodowania może ona osiągnąć wartość 1,6 bit/s/Hz. Jako kod dla systemu T-DAB wybrano „dziurkowany” kod splotowy o średniej efektywności 1/2 (dwa bity wyjściowe na jeden wejściowy).

Sygnał T-DAB jest opisany następująco [8]:

$$s(t) = \text{Re} \left\{ e^{2j\pi f_c t} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^L \sum_{k=-K/2}^{K/2} z_{m,l,k} \cdot g_{k,l}(t - mT_F - T_{NULL} - (l-1)T_s) \right\} \quad (45)$$

gdzie:

$$g_{k,l}(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } l = 0 \\ e^{2j\pi k(t-\Delta)/T_u} \cdot \text{Rect}(t/T_s) & \text{dla } l = 1, 2, \dots, L \end{cases}$$

oraz  $T_s = T_u + \Delta$ .

$$\text{Rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

Definicje parametrów są następujące:

- $L$  liczba symboli w nadawanej ramce (wyłączając symbol Null)  
 $K$  liczba nadawanych nośnych  
 $T_F$  czas trwania ramki  
 $T_{NULL}$  czas trwania symbolu Null  
 $T_S$  całkowity czas trwania symbolów OFDM o indeksach  $l = 1, 2, 3, \dots, L$ .  
 $T_U$  użyteczny czas trwania symbolu i odwrotność odległości między nośnymi  
 $\Delta$  czas trwania odstępu ochronnego  
 $f_o$  częstotliwość środkowa sygnału  
 $z_{m,l,k}$   $l$ -ty symbol DQPSK nadawany na nośnej OFDM o indeksie  $k$  w ramce  $m$ .  
Dla  $k = 0$   $z_{m,l,k} = 0$ ; częstotliwość środkowa nie jest modulowana.

Parametry te są określone dla trzech modów pracy sygnału T-DAB: I, II i III w tabeli 1. Wartości w tabeli są wielokrotnością elementarnego okresu równego  $T = 1/2048000$  [s]. Pierwszym symbolem OFDM jest symbol *Null* o czasie trwania  $T_{NULL}$ . W tym czasie  $s(t) = 0$ . Pozostałą część nadawanej ramki zajmują dalsze symbole, każdy o czasie trwania  $T_S$ .

	Mod I	Mod II	Mod III
$L$	76	76	153
$K$	1536	384	192
$T_F$	196608 T 96 ms	49152 T 24 ms	49152 T 24 ms
$T_{NULL}$	2656 T 1,297 ms	664 T 324 $\mu$ s	345 T 168 $\mu$ s
$T_S$	2552 T 1,246 ms	638 T 312 $\mu$ s	319 T 156 $\mu$ s
$T_U$	2048 T 1 ms	512 T 250 $\mu$ s	256 T 125 $\mu$ s
$\Delta$	504 T 246 $\mu$ s	126 T 62 $\mu$ s	63 T 31 $\mu$ s

Tabela 1. Definicja parametrów modów nadawania I, II i III.

## 9. Podsumowanie

Ze względu na efektywne wykorzystanie widma, odporność na propagację wielodrogową oraz możliwość budowy sieci jednoczęstotliwościowej SFN (*Single Frequency Network*), COFDM stał się obecnie najatrakcyjniejszym systemem transmisji radiowej sygnałów o dużej przepływności, szczególnie dla odbiorców będących w ruchu. Poza radiofonią DAB, COFDM stosowany będzie w europejskim naziemnym systemie telewizji cyfrowej DVB a być może także w systemach łączności ruchomej.

## Literatura

- [1] Bem D. J.: *Radiofonia cyfrowa DAB - cz. I i cz. II*. SAT-Audio-Video nr 2, 1992 i nr 4, 1992.  
[2] Cain J.B. and Clark G. C.: *Punctured convolutional codes of rate  $n-1/n$  and simplified maximum likelihood decoding*. IEEE Transactions on Information Theory, styczeń 1979.

- [3] Chang R. W.: *Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission*. Bell Sys. Tech. J., grudzień 1966.
- [4] Chang R. W.: *Orthogonal Frequency Division Multiplex*. U. S. Patent 3488445, filed Nov. 14 1966, issued Jan. 6, 1970.
- [5] Chang R. W. and Gibbey R. A.: *A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-16, sierpień 1968
- [6] Cimini L. J.: *Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing*. IEEE Transactions on Communications, vol COM-33, lipiec 1985
- [7] Doelz M. L., Heald E. T. and Martin D. L.: *Binary data transmission techniques for linear systems*. Proc. IRE, vol. 45, maj 1957
- [8] Draft prETS 300401: *Radio broadcast systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers*. ETSI, wrzesień 1994
- [9] Draft revision of Report ITU-R BS. 1203 - *Digital sound broadcasting to vehicular, portable and fixed receivers using terrestrial transmitters in the UHF/VHF bands*. 3 maj 1994
- [10] ITU-R, Report 955 (Mod F), Annex IV *Link margins and service quality objectives*. Geneva 1990
- [11] Hirosaki B.: *An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform*. IEEE Transactions on Communications, vol COM-29, lipiec 1981
- [12] Hirosaki B., Hasegawa S., and Sabato A.: *Advanced groupband data modem using orthogonally multiplexed QAM system*. IEEE Transactions on Communications, vol COM-34, czerwiec 1986
- [13] Hirosaki B.: *A maximum likelihood receiver for an orthogonally multiplexed QAM technique*. IEEE Int. Conf. Commun. Rec., vol 1, 1984
- [14] Jacks W. C.: *Microwave mobile communications*. Published by John Wiley, New York, 1974
- [15] Lassalle R. and Alard M.: *Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers*. EBU Review - Technical nr 224, sierpień 1987.
- [16] Lee W. C. Y.: *Mobile communication engineering*. Published by McGraw-Hill, 1982
- [17] Le Floch B., Halbert-Lassalle R., and Castelain D.: *Digital sound broadcasting to mobile receivers*. IEEE Trans. on Consumer Electronics, vol. 35, sierpień 1989.
- [18] Oppenheim A. V., Schafer R. W.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*. WKŁ Warszawa 1979.
- [19] Plenge G.: *DAB - A new sound broadcasting system. Status of the development - Routes to its introduction*. EBU Review - Technical nr 246, kwiecień 1991.
- [20] *Proceedings of First International Symposium on Digital Audio Broadcasting, Montreaux, 8-9 June 1992*. EBU, Geneva 1992.
- [21] Pommier D. and Wu Yi: *Interleaving or spectrum-spreading in digital radio intended for vehicles*. EBU Review - Technical nr 217, czerwiec 1986.
- [22] Porter G. C.: *Error distribution and diversity performance of a frequency-differential PSK HF modem*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-16, sierpień 1968
- [23] Saltzberg B. R.: *Performance of an efficient data transmission system*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-19, grudzień 1967
- [24] Viterbi A. J.: *Convolutional codes and their performance in communication system*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-19, paŹdziernik 1971
- [25] Yasuda Y., Kashiki K, and Hirata Y.: *High rate punctured convolutional codes for soft decision decoding*. IEEE Transactions on Communications, vol COM-32, marzec 1984
- [26] Weinstein S. B. and Ebert P. M.: *Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-19, paŹdziernik 1971
- [27] Wiêcek D.: *MUSICAM – kodowanie Źród³owe sygna³u DAB – czêœæ I i II*. Przegląd Telekomunikacyjny + Wiadomości Telekomunikacyjne, nr 12'1994 i nr 1'1995

[28] Zimmerman M. S. and Kirch A. L.: *The AN/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio*. IEEE Trans. Commun. Technol., vol COM-15, kwiecień 1967